

Grundwissen 7. Klasse, Wpfr. I: Grundrechenarten und Potenzgesetze in \mathbb{Q}

\mathbb{Q} ist die Menge der **rationalen Zahlen**. Zu \mathbb{Q} gehören alle Zahlen, die man als **Bruch** schreiben kann.

Alle Rechengesetze, die in \mathbb{Q}_0^+ und \mathbb{Z} gelten, sind auch in \mathbb{Q} gültig:

Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz und Regeln zur Berechnung von Termen.

(vgl. Grundwissen 5. Klasse: Rechengesetze und Rechenregeln und Grundwissen 6. Klasse: Addition und Subtraktion in \mathbb{Z} , Rechengesetze und Rechenregeln für Brüche, Rechengesetze und Rechenregeln für Dezimalbrüche.)

Multiplikation:

$$\begin{array}{ll} (+ a) \bullet (+ b) = + (a \bullet b) & (+ a) \bullet (- b) = - (a \bullet b) \\ (- a) \bullet (- b) = + (a \bullet b) & (- a) \bullet (+ b) = - (a \bullet b) \end{array} \quad a, b \in \mathbb{Q}_0^+$$

Division:

$$\begin{array}{ll} (+ a) : (+ b) = + (a : b) & (+ a) : (- b) = - (a : b) \\ (- a) : (- b) = + (a : b) & (- a) : (+ b) = - (a : b) \end{array} \quad a, b \in \mathbb{Q}^+$$

Potenzen:

Für jede beliebige Zahl $a \in \mathbb{Q}$ gilt: $a^n = \underbrace{a \bullet a \bullet a \bullet \dots \bullet a}_{n \text{ Faktoren}}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$

Zusätzlich gilt für jede Basis $a \neq 0$: $a^1 = a$ und $a^0 = 1$ und $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Potenzen mit negativer Basis:

$$(- a)^n = a^n \quad \text{falls } n \text{ gerade} \qquad (- a)^n = - a^n \quad \text{falls } n \text{ ungerade}$$

Potenzgesetze:

Potenzen mit gleicher Basis:

$$a^m \bullet a^n = a^{m+n} \quad a \in \mathbb{Q}; m, n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}; m, n \in \mathbb{N}, m > n$$

Potenzen mit gleichen Exponenten:

$$a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n \quad a \in \mathbb{Q}; m, n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n \quad a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}; n \in \mathbb{N}$$

Die Basis ist eine Potenz:

$$(a^m)^n = a^{m \bullet n} \quad a \in \mathbb{Q}; m, n \in \mathbb{N}$$